

Seconde épreuve écrite de mathématiques, filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le problème posé à cette épreuve proposait des questions sur des thèmes variés : algèbre linéaire et bilinéaire, espaces vectoriels normés, équations différentielles.

Il convient de rappeler d'abord aux futurs candidats quelques généralités.

Il est important de soigner la rédaction et les démonstrations. Il ne s'agit pas seulement de comprendre le sujet, mais de faire la preuve de cette compréhension. Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur et ont une connaissance beaucoup trop approximative de certains résultats fondamentaux de leur cours.

Les trois défauts constatés les plus courants sont d'une part le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates, d'autre part le "grappillage" de questions insignifiantes, et enfin le manque de soin dans les calculs. Trop de candidats survolent les questions, les traitent de façon très superficielle, comme si l'important était de participer à chacune de ces questions, indépendamment de la qualité de ce qu'ils ont à y exposer. Beaucoup de candidats se trompent sur la difficulté réelle des questions. Le correcteur admet assez mal qu'un candidat saute les questions faciles du début ou du milieu, ou propose pour ces questions des simulacres de démonstration, et s'attaque à des questions ultérieures ou finales, beaucoup plus consistantes en moyenne, et hors d'atteinte de son niveau conceptuel. Une proportion importante des copies touche à toutes les questions, y compris celles qui dépassent complètement les possibilités de leur auteur, souvent pour mériter finalement une très faible note. Nous souhaitons que les candidats comprennent bien qu'il ne peuvent pas obtenir de points pour des solutions approximatives et non rigoureuses, et qu'ils ne doivent pas sacrifier la qualité de ces solutions.

Il semble qu'une proportion non négligeable de candidats, pour gagner du temps, ne fassent pas de recherche préalable au brouillon, et rédigent directement la copie qu'ils vont rendre. En fait, sans en prendre conscience, ils rendent un travail qui est un brouillon, avec des solutions fausses, maladroites ou incomplètes, qu'ils sont parfois amenés à corriger d'une manière très inesthétique. Ces travaux sont évidemment très faiblement récompensés. Certains candidats essaient de résoudre les questions sans tenir compte de la structure logique du problème, ce qui est évidemment catastrophique. Il vaudrait mieux que chaque candidat s'applique à traiter correctement les questions qui sont à sa portée, en y consacrant tout le temps et tout le soin nécessaire.

De plus, en ce qui concerne les calculs, il y a souvent des fautes grossières, qui pourraient être évitées avec un minimum de soin et de vérifications. Malgré un barème très généreux, la moyenne est de 9,5 sur 20.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Voici maintenant quelques remarques spécifiques concernant les questions du problème.

I-1°) et 2°) Parmi les fautes fréquentes, on remarque les limites de matrices qui dépendent de la variable λ , et aussi le raisonnement : l'application qui à M associe M^{-1} est continue sur $M_n(\mathbf{R})$ car linéaire ! On voit très souvent :

$$"M_n \rightarrow I \text{ et } M_n M_n^{-1} = I \Rightarrow M_n^{-1} \rightarrow I^{-1} = I"$$

On remarque aussi des confusions fréquentes entre des inégalités strictes et larges, comme à beaucoup d'autres questions de ce problème, ce qui est lourdement pénalisé.

II-1°) Trop de candidats ne comprennent pas la signification de "condition nécessaire" et "condition suffisante", essayant parfois de montrer deux fois de suite la même chose. Certains, pas très sûrs d'eux, écrivent "les $a_{i,j}$ sont positifs" : il faut être précis et rigoureux. En aucune façon, le bénéfice du doute ne peut exister. Certains candidats écrivent " $|A|$ ", ce qui n'a pas été défini. Il est désolant de constater la forte proportion de candidats, incapables d'inverser correctement une matrice carrée d'ordre 2, malgré la possibilité d'une vérification très rapide.

II-2°) Beaucoup de candidats essaient de faire illusion avec des semblants de démonstrations, faisant souvent la preuve de ne pas comprendre ce qu'ils écrivent. Parmi les affirmations gratuites, on remarque : " $C_\lambda \times 0$ " et "YWZ, donc, ${}^tXY W {}^tXZ$ ".

III-1°) On remarque des calculs maladroits ou faux, toujours la même confusion entre "condition nécessaire" et "condition suffisante", et certains candidats ne prennent pas conscience du fait qu'un vecteur quelconque n'est pas propre en général. La propriété " $AW | |A| |I$ " n'est pas évidente.

III-2°) Il ne suffit pas d'affirmer que si on a un vecteur propre, il doit bien être positif ou nul. La question b) n'est pas comprise en général, et les calculs du c) sont souvent faux.

IV-1°) On obtient trop souvent n'importe quoi pour la dérivée demandée.

IV-2°) Trop de candidats, mettant un point d'honneur à "traiter" toutes les questions, écrivent deux ou trois lignes pour chacune, en terminant par le résultat annoncé dans l'énoncé, espérant une fois de plus faire illusion. Ces questions n'ont été résolues correctement que par une minorité de candidats, faute de temps.

3) CONCLUSION

On peut conclure sur une note optimiste en signalant la satisfaction d'avoir corrigé un certain nombre de bonnes copies, dont un nombre significatif auxquelles il a été attribué la note maximum.