

MATHEMATIQUES

1.2 - Epreuves écrites

1.2.E - MATH. II - filière PC

I) Remarques générales

Le problème était consacré à l'étude d'une équation linéaire du premier ordre présentant une singularité en zéro. Il était divisé en deux parties d'inégale importance. La première, divisée en cinq questions, permettait d'obtenir des propriétés générales des solutions associées à un second membre inconnu $f(x)$. La deuxième, divisée en trois questions traitait du cas particulier $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Le sujet permettait de mettre à l'épreuve la solidité des connaissances des candidats sur divers points importants du programme d'analyse : Equations différentielles linéaires, séries entières, calcul des primitives, théorèmes de convergence sous le signe somme.

Un barème particulièrement généreux a été adopté, ce qui a conduit à une moyenne sensiblement plus élevée que l'année précédente. On peut néanmoins considérer que le niveau moyen des candidats est resté stable. Quelques candidats ont obtenu la note maximale, mais pour la plupart, sans être pour autant parvenu à traiter correctement l'intégralité du problème.

On observe une forte dispersion des notes, avec toutefois peu de notes extrêmement basses, la quasi-totalité des candidats ayant pu glaner quelques points sur les quelques questions très faciles offertes par l'énoncé.

Comme chaque année, de trop nombreuses copies contiennent des énormités surprenantes. Les candidats doivent savoir qu'elles sont fréquemment sanctionnées et qu'un aveu tacite d'ignorance vaut souvent mieux qu'un passage en force appuyé par des affirmations grossièrement erronées.

II) Remarques détaillées

Partie I : 1-a : Parmi les énormités susmentionnées, on trouve fréquemment affirmé ici que le produit de deux fonctions intégrables est intégrable. Moins surprenant est l'emploi de l'équivalent $f(x)x^{\alpha-1}$ en oubliant le cas où $f(0) = 0$.

2 : Si la résolution de l'équation différentielle est souvent correcte sur la partie positive de l'axe réel, il n'en est pas de même sur la partie négative où l'on a vu apparaître fréquemment des expressions dénuées de sens telles que $(-1)^\alpha$. On trouve aussi de nombreux candidats qui croient qu'un rayon de convergence est toujours donné par la règle de D'Alembert.

3 : On trouve fréquemment affirmé que $b_n \leq a_n \Rightarrow R' \leq R$, alors que les coefficients ne sont pas positifs. L'existence et l'unicité d'une solution sur la totalité de l'axe réel n'est pratiquement jamais rigoureusement établie.

4-b : De bons candidats ont su montrer leur maîtrise de l'analyse en traitant correctement cette question. Beaucoup se sont contentés de deviner la bonne réponse, ce qui bien sûr donne des notes très différentes.

5-a : De nombreux candidats semblent ignorer la définition d'un endomorphisme d'espace vectoriel.

5-b : Ceux qui ont établi directement l'équation résolvante à l'aide d'une intégration par parties oublient la difficulté en zéro. Le passage de la nullité de H' à celle de H est généralement incorrect pour la même raison.

Partie II : 1-a : Trop d'erreurs navrantes sur le rayon de convergence du développement de $\frac{1}{1+x^2}$ ou sur le développement lui-même. Certains déduisent son existence de celle du développement de $\text{Arctg}(x)$, sans en donner la forme ni le rayon de convergence.

1-b : Cette question très simple a été traitée par la plupart des candidats.

1-c : Cette question est souvent abordée avec succès mais il y a tout de même trop de candidats qui majorent $\frac{1}{1+x^2}$ par 1, puis prétendent pouvoir en déduire la majoration donnée par l'énoncé.

1-d : Cette question est plus rarement traitée.

1-e : Le cas $\alpha = 2$ est trop souvent oublié.

2-a : A de très rares exceptions près, la limite en l'infini n'est donnée que pour $\alpha > 2$.

2-b : Que de calculs faux ! La majorité des candidats ne parvient pas à effectuer la décomposition en éléments simples sur les réels.

3-a : On remarque que la règle de D'Alembert est souvent employée sans précautions.

III) Conseils aux candidats

Beaucoup trop de candidats paraissent ne pas maîtriser les techniques fondamentales de l'analyse. Il est surprenant de constater que nombreux sont ceux qui ne tentent même pas de résoudre la question II-2-b ce qui semble indiquer une incapacité à calculer très regrettable après deux ans de classes préparatoires.

La rédaction des copies laisse encore souvent à désirer sur le plan de la forme : écriture parfois illisible, fautes d'orthographe grossières etc... De plus le fil du raisonnement est souvent mal présenté, les candidats commencent à écrire une réponse sans avoir préalablement vérifié que la voie empruntée n'était pas sans issue, ils repartent ensuite dans une autre direction en gardant à tout hasard leur tentative inaboutie. Les citations des théorèmes employés sont souvent omises ou faites mal à propos... Bref, un effort de clarté est nécessaire. La longueur des problèmes (justifiée par la présence de quelques excellents candidats) ne doit pas conduire la majorité des candidats à tenter à tout prix de parvenir à leur terme. Les barèmes permettent le plus souvent d'obtenir une bonne note sans traiter la totalité de l'épreuve. Le calme, le soin et la rigueur sont des qualités importantes pour de futurs ingénieurs.