

1 - MATHEMATIQUES

1.1 – Epreuves orales

1.1. A - MATHEMATIQUES - filière MP

I) REMARQUES GENERALES

Les oraux de la session 2007 ont, de manière encore plus criante que les années précédentes, montré une très grande hétérogénéité parmi les candidats admissibles. Si un nombre non négligeable d'entre eux maîtrise convenablement le programme, trop de candidats montrent des lacunes au niveau de la connaissance des théorèmes du cours.

Enfin, certains candidats ne font preuve d'aucune initiative et semblent attendre des indications avant de chercher à analyser le problème donné.

Nous ne saurions trop insister sur la nécessité de lire les rapports récents du jury qui sont des outils importants dans la préparation du concours.

Le déroulement de l'oral

L'oral dure en moyenne une heure avec ou sans préparation, cette dernière ne pouvant pas excéder vingt minutes. Chaque examinateur décide librement dès le début du concours de la durée de l'éventuelle préparation qui sera la même pour tous les candidats qu'il interrogera. Le fait de commencer directement l'exercice au tableau ne doit pas être perçu comme une sanction, l'examinateur n'ayant pas les mêmes attentes pour le début d'un exposé avec ou sans préparation.

Une planche est constituée d'au moins deux exercices portant sur le programme des deux années de classes préparatoires. Il s'agit en général d'un exercice d'utilisation assez directe du cours et d'un exercice nécessitant plus de recherche.

L'objectif de l'examinateur est de juger au mieux des connaissances et des qualités intellectuelles de l'étudiant interrogé et non de le mettre en difficulté ou en position d'échec, même si cela peut arriver. En particulier lorsque l'examinateur propose au candidat d'aborder un autre exercice alors que le précédent n'est pas entièrement résolu, il faut y voir un souci de gestion de temps et non une sanction.

Il arrive qu'un candidat propose une démarche laborieuse ou masquant les idées fondamentales. L'étudiant doit accepter de suivre une éventuelle autre piste fournie par l'examinateur. Ce dernier prendra en compte dans son évaluation l'initiative prise par l'étudiant, puis sa capacité à changer de voie.

Certains étudiants perdent tous leurs moyens (au point de ne plus savoir comment résoudre une équation différentielle linéaire homogène d'ordre deux à coefficients constants) lorsque le jury leur fait prendre conscience que l'argument qu'ils viennent d'utiliser n'est pas correct. Le candidat doit au contraire avoir à l'esprit le fait que disposant d'une heure pour convaincre l'examinateur de ses capacités mathématiques, il ne doit pas baisser les bras mais au contraire rebondir pour donner une impression globale satisfaisante.

Même si le candidat n'est pas sûr que sa méthode aboutisse, il faut qu'il fasse part de ses idées et remarques concernant l'exercice à l'examinateur. Un étudiant ayant proposé des pistes dignes d'intérêt et ayant établi un dialogue constructif et enrichissant sans avoir terminé la planche peut très bien décrocher une très bonne note.

L'étudiant doit éviter d'essayer d'évaluer sa prestation, les attentes d'un examinateur n'étant pas les mêmes en fonction des exercices posés. Comme toujours, la qualité de l'exposé prime sur la quantité de problèmes abordés.

Certains candidats perdent plus de temps à essayer de se ramener à un exercice voisin traité en classe qu'à résoudre effectivement le sujet donné.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Algèbre

Les définitions des structures algébriques : groupe, anneau, corps, \mathbf{K} algèbres sont souvent incomplètes.

L'algèbre linéaire est plutôt bien maîtrisée, en particulier la réduction des endomorphismes. On peut néanmoins regretter que beaucoup de candidats se lancent dans des calculs inutiles (par exemple, du polynôme caractéristique) alors qu'une simple analyse de la matrice à étudier leur permettrait d'avancer sans pratiquement aucun calcul (par exemple en utilisant la notion de rang). Enfin, lorsque le calcul d'un polynôme caractéristique est nécessaire, il est très maladroit de développer brutalement le déterminant par la méthode de "Sarrus", la factorisation (qui est pourtant le but cherché) devenant alors souvent difficile.

La notion de polynômes d'endomorphismes n'est pas comprise par un nombre non négligeable de candidats. On rencontre ainsi des écritures vides de sens du type $P(u(x))$, $P(u)(x) \circ Q(u)(x)$ ou $P(u)(x) * Q(u)(x)$.

L'algèbre bilinéaire suscite davantage de problèmes aux étudiants, notamment l'oubli fréquent de la caractérisation des formes linéaires sur un espace euclidien.

Analyse

Énoncer la formule de Taylor avec reste intégral est un obstacle insurmontable pour une majorité de candidats.

De nombreux étudiants confondent développements limités et équivalents, ainsi il n'est pas rare de rencontrer l'équivalence suivante:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k + o(x^n) \Leftrightarrow f(x) : \sum_{k=0}^n a_k x^k.$$

De plus, les calculs de développements limités sont souvent mal menés. La limite de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ pose toujours des difficultés.

Le développement $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \ln(n) + \gamma + o(1)$ est trop souvent oublié.

Nous rappelons qu'une série alternée ne vérifie pas toujours le critère spécial !

Lors d'une intégration par parties sur un intervalle quelconque, le choix de la constante d'intégration peut-être décisif pour la convergence des différents membres de l'égalité.

Certains candidats ignorent la notion de produit de Cauchy pour les séries numériques ou les séries entières.

L'étude de la nature d'une série de réels ou du rayon de convergence d'une série entière (même lacunaire) a bloqué beaucoup de candidats, certains ne semblant connaître que le critère de d'Alembert.

Dans les calculs de sommes, beaucoup d'étudiants semblent penser qu'il est plus rigoureux d'utiliser la notation \sum et ne détaillent pas les indices de sommation. Ils font alors de nombreuses erreurs d'ajustement des premiers ou des derniers termes des sommes.

Les liens entre intégration sur un segment et intégration sur un intervalle quelconque ne sont pas toujours clairement perçus. On retrouve la difficulté dans le choix du théorème à utiliser lorsqu'il s'agit d'échanger une limite et un symbole d'intégration. Certains candidats veulent ainsi utiliser la convergence uniforme alors que l'intervalle d'intégration n'est pas un segment.

Les théorèmes portant sur les intégrales dépendant d'un paramètre ne sont pas toujours bien maîtrisés, on relève ainsi des confusions entre la variable d'intégration et le paramètre dans les dominations. La domination sur tout segment semble inconnue pour certains étudiants.

La méthode de variation des constantes est souvent oubliée.

Le cours sur les séries de Fourier est trop souvent mal connu : formules de Parseval, convergence en moyenne quadratique, théorème de Dirichlet.

Géométrie

Les exercices de géométrie d'application directe du cours (d'apparition assez fréquente) sont traités de manière très hétérogène. De nombreux candidats font clairement une impasse sur cette partie du programme et des problèmes simples deviennent vite une énorme difficulté ! Lors d'une étude de courbe plane, en particulier en polaire, c'est du tout ou rien ! Il en est de même lorsque l'on demande le repère de Frenet en un point régulier. Pour le calcul d'intégrales doubles, la représentation du domaine d'intégration est parfois un écueil insurmontable. Le changement de coordonnées dans une telle intégrale est une notion parfois inconnue.

III) CONCLUSION

Le jury a apprécié la bonne maîtrise du programme d'un grand nombre de candidats. Parallèlement, le niveau très faible de quelques étudiants néanmoins admissibles a surpris les examinateurs. Il n'est pas concevable de se présenter à l'oral sans connaître les énoncés précis des principaux théorèmes figurants au programme des deux années de classes préparatoires, ni sans savoir mener des calculs simples sans erreur.

Nous espérons que ce rapport ainsi que les précédents (consultables sur internet) permettront aux futurs candidats de mieux se préparer aux exigences de l'oral.